

## Examen RCP 103- Recherche Opérationnelle : Mai 2018

Durée 3 heures

*Exercice 1 : Modéliser*

Dans une usine, on assemble des téléviseurs et des machines à laver. Les pièces détachées sont fournies par un grossiste. Les dix ouvriers de l'usine travaillent chacun 7 heures par jour. Un ouvrier met 1,2 heure pour assembler et régler un téléviseur. Il met 1 heure pour assembler une machine à laver. On estime, qu'afin de pouvoir satisfaire aux commandes inopinées, il faut au moins assembler 20 téléviseurs et 10 machines à laver chaque jour. Les pièces détachées nécessaires ont un coût respectif de 120 euros pour un téléviseur et 60 euros pour une machine à laver. Les services financiers ne permettent pas de dépasser une dépense journalière de 6500 euros pour les pièces détachées. L'usine revend les téléviseurs et les machines à laver avec un bénéfice net de 100 euros pour un téléviseur et de 70 euros pour une machine à laver. L'usine souhaite déterminer sa production journalière (en téléviseurs et machines à laver) afin de maximiser son profit total.

Ecrire un programme linéaire correspondant à cette recherche de profit.

*Exercice 2 : Modéliser, Résoudre "à la main", Simplexe* Un atelier dispose de deux machines  $M_1$  et  $M_2$  pour produire deux types d'articles  $A_1$  et  $A_2$ . La machine  $M_1$  travaille 80 heures par semaine et  $M_2$  travaille 110 heures par semaine. La fabrication de chaque produit requiert l'utilisation des deux machines, dans le tableau ci-dessous l'élément  $(i, j)$  donne le temps nécessaire (en heure) pour la fabrication de l'article  $A_j$  par la machine  $M_i$ , ainsi que le profit  $c_j$  que rapporte chaque unité de ces deux produits.

		$A_1$	$A_2$
Temps sur machine	$M_1$	2	4
Temps sur machine	$M_2$	3	5
Profit		6	10

- (1) Modéliser ce problème et écrire le premier tableau du simplexe.
- (2) Résoudre graphiquement ce programme.
- (3) Utiliser l'algorithme du simplexe pour résoudre ce programme. Comparer avec la réponse de la deuxième question.
- (4) Vérifier la solution à l'aide du logiciel de votre choix.

**Exercice 3.** Résoudre par la méthode du simplexe le programme linéaire suivant :

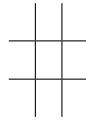
$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15 \\ 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ \text{Max}(x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4) \end{cases}$$

(Penser à introduire les variables artificielles pour rendre ce programme canonique).

**Exercice 4. Logiciels** Répertoire quelques logiciels gratuits ou pas, permettant de résoudre des programmes linéaires. Tester ces logiciels sur des programmes critiques (pas d'optimum, boucles, etc).

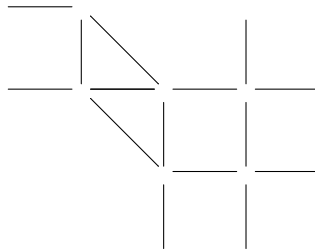
**Exercice 5. Un algorithme pour placer des caméras de surveillance** Le but est de placer le moins possible de caméras de surveillance à des carrefours pour surveiller toutes les rues d'un quartier. On représente le quartier par un graphe, dont les sommets sont les carrefours et les arêtes les rues entre ces carrefours (on cherche alors un ensemble de sommets de taille minimum qui « couvre » toutes les arêtes du graphe).

(1) On suppose que le quartier est modélisé par le graphe suivant



Trouver le nombre maximum et minimum de caméras nécessaires. Ecrire un algorithme donnant ce nombre minimum.

(2) On suppose maintenant que le quartier est modélisé par le graphe suivant



Trouver une solution minimale. Elaborer un algorithme.