

## Examen RCP 103: 21 juillet 2020

### Thorie des Graphes-Recherche opérationnelle

---

#### *Exercice 1.*

Un fabricant produit 2 types de yaourts à la fraise à partir de Fraise, de Lait et de Sucre. Chaque yaourt doit respecter les proportions suivantes de matières premières.

- (1) Yaourts type A: Fraise  $\frac{2}{3}$ , Lait  $\frac{1}{3}$
- (2) Yaourts type B: Fraise  $\frac{1}{4}$ , Lait  $\frac{1}{2}$ , Sucre  $\frac{1}{4}$ .

On dispose de 800 Kg de Fraises, 700 Kg de Lait et 300 Kg de sucre. La vente de 1 Kg de yaourts A et B rapporte respectivement 4 euros et 5 euros. Le fabricant cherche à maximiser son profit.

- (1) Ecrire le programme linéaire correspondant.
- (2) Le résoudre graphiquement.
- (3) Le résoudre en utilisant l'algorithme du simplexe.

*Exercice 2.* Un importateur de whisky dispose d'un marché quasi-illimité mais est soumis aux quotas mensuels d'importation suivants :

- (1) Whisky  $W_1$  au plus 2000 litres à 10 euros par litre,
- (2) Whisky  $W_2$  au plus 2500 litres à 8 euros par litre,
- (3) Whisky  $W_3$  au plus 1200 litres à 10 euros par litre,

A partir de ces whisky, il effectue trois mélanges A, B et C qu'il vend aux prix respectifs de 17 euros, 15 euros et 14 euros. Ces mélanges doivent respecter des contraintes de qualité définies comme suit :

- (1) A doit contenir au moins 60% de  $W_1$  et 20% de  $W_3$  au plus
- (2) B doit contenir au moins 15% de  $W_1$  et 60% de  $W_3$  au plus
- (3) C doit contenir au moins 50% de  $W_1$ .

On cherche à déterminer une politique de fabrication conduisant au bénéfice le plus élevé.

- (1) Définir précisément les variables de décision.
- (2) Ecrire le programme linéaire associé. Donner la matrice des contraintes.

#### *Exercice 3.*

Avez-vous jamais remarqué que dans un groupe de personnes, il y a toujours deux individus qui connaissent exactement le même nombre de membres du groupe?

- (1) Formaliser la propriété à démontrer dans le vocabulaire des graphes.
- (2) Démontrer cette propriété (on pourra raisonner par l'absurde et supposer que la propriété à prouver n'est pas vraie pour un graphe  $n$  sommets).

Indication: Un graphe est simple s'il n'a pas d'arête double ni de boucle. Considérer les degrés des sommets et montrer que dans un tel graphe tous les degrés ne peuvent être différents

*Exercice 4.* On considère le programme linéaire suivant:

$$\begin{cases} x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 \leq -2, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ \text{Max}(z = 2x_1 - x_2 + x_3) \end{cases}$$

- (1) Ce programme est-il sous forme canonique?
- (2) Que faut-il faire pour avoir une solution admissible?
- (3) Résoudre ce système.